



# Tareas Matemáticas con Responsabilidad Cultural: Sistemas de Representación Numérica

**Eje de Números y Operaciones  
1ro a 6to año de Enseñanza Básica**

**Eugenio Chandía Muñoz - Anahí Huencho Ramos**

**Chile, 2021**





## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

El conjunto de Tareas Matemáticas con Responsabilidad Cultural (TMRC) que en este material se desarrollan, se asocian a ciertos Objetivos de Aprendizajes del currículo de Matemática en el marco del eje de Números y Operaciones. Esta selección se asocia directamente a un diálogo permanente entre la tecnología del artefacto en su práctica cotidiana y sus posibilidades de actualización con pertinencia al medio sociocultural desde donde emerge, desde aquí, se procede a reconocer su potencial desde la matemática académica y generar los vínculos que en las Tabla 1: Objetivos de aprendizaje de la TMRC y Tabla 2: Acción matemática a realizar, podemos observar.

Se debe considerar que los objetivos de aprendizaje con responsabilidad cultural que este conjunto de actividades pretende desarrollar, se enmarcan en una sesión de clases de 90 minutos de duración, en donde utilizan los objetivos de aprendizaje del currículo de matemática (seleccionados en la Tabla 1) para alcanzar el objetivo planteado para cada sesión.



**TABLA 1: Objetivos de aprendizaje de la TMRC**

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE		
Nivel	CURRICULAR	CON RESPONSABILIDAD CULTURAL
1ero	<p>OA 6 Leer números del 0 al 20 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.</p> <p>OA 8 Determinar las unidades y decenas en números del 0 al 20, agrupando de a 10, de manera concreta, pictórica y simbólica.</p>	<p><b>Representar</b> cantidades en el <i>püron</i><sup>1</sup> identificando su forma de agrupación y orden.</p>
2do	<p>OA 2 Leer números del 0 al 100 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.</p> <p>OA 7 Identificar las unidades y decenas en números del 0 al 100, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico.</p>	<p>[Sugerimos cambiar la palabra <i>püron</i>, por un artefacto matemático cultural con <u>características similares</u> y <u>sentido</u> para su territorio.]</p> <p><b>Pág. 10-12</b></p>
3ero	<p>OA 2 Leer números hasta 1 000 y representarlos en forma concreta, pictórica y simbólica.</p> <p>OA 5</p>	<p><b>Conectar</b> diferentes representaciones de cantidades como el <i>püron</i> y el <i>rakin</i>, identificando las formas</p>

<sup>1</sup> Descripción en página 6. El grafemario utilizado para escribir el mapudungun del presente documento corresponde al utilizado por la Lingüista Mapuche María Catrileo y que proviene de los esfuerzos de unificación ortográfica realizada (consultese en Catrileo, 2006).

	Identificar y describir las unidades, decenas y centenas en números del 0 al 1 000, representando las cantidades de acuerdo a su valor posicional, con material concreto, pictórico y simbólico.	de agrupación y el valor posicional.  [Sugerimos cambiar la palabra <i>püron</i> , y <i>rakin</i> por un artefacto matemático cultural con <u>características similares y sentido</u> para su territorio.]
4to	OA 1 Representar y describir números del 0 al 10 000: <ul style="list-style-type: none"> <li>identificando el valor posicional de los dígitos hasta la decena de mil.</li> </ul>	<b>Pág. 13-15</b>
5to	OA 1 Representar y describir números naturales de hasta más de 6 dígitos y menores que 1 000 millones: <ul style="list-style-type: none"> <li>identificando el valor posicional de los dígitos.</li> </ul>	<b>Estimar</b> cantidades usando el concepto de razón por medio del <i>püron</i> .  [Sugerimos cambiar la palabra <i>püron</i> , por un artefacto matemático cultural con <u>características similares y sentido</u> para su territorio.]
6to	OA 3 Demostrar que comprenden el concepto de razón de manera concreta, pictórica y simbólica, en forma manual y/o usando software educativo.	<b>Pág. 16-18</b>

**TABLA 2: Conocimiento matemático en el AMC**

Nivel	CONTENIDO MATEMÁTICO	CONDICIÓN DEL AMC
1ero	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Subitización de cantidades menores a 8.</li> <li>• Conteo de números naturales hasta el 20.</li> <li>• Valor posicional.</li> <li>• Estructura de los Sistemas de Numeración.</li> </ul>	Los estudiantes registran cantidades en el <i>püron</i> estableciendo relaciones biunívocas.
2do	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Subitización de cantidades menores a 8.</li> <li>• Conteo de números naturales hasta el 100.</li> <li>• Estructura de los Sistemas de Numeración.</li> </ul>	Los estudiantes comparan el registro de cantidades, identificando las formas de agrupación y relación biunívoca.
3ero	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación de cantidades hasta 100.</li> <li>• Estructura de los Sistemas de Numeración Decimal.</li> </ul>	Los estudiantes identifican la estructura del sistema de numeración mapuche: base 10, multiplicativo y aditivo.
4to	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación de cantidades hasta 1000.</li> <li>• Estructura de los Sistemas de Numeración Decimal.</li> </ul>	Los estudiantes establecen condición para extender la representación de cantidades usando la estructura aditivo multiplicativa en base 10 del sistema de numeración mapuche.
5to	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación de cantidades hasta 10.000.</li> <li>• Estructura de los Sistemas de Numeración Decimal.</li> </ul>	Los estudiantes interpretan registros de cantidades por medio del <i>püron</i> , usando el pensamiento proporcional.
6to	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación de cantidades hasta 10.000.</li> <li>• Estructura de los Sistemas de Numeración Decimal.</li> <li>• Razones y proporciones entre cantidades.</li> </ul>	Los estudiantes estiman cantidades representadas por medio del <i>püron</i> , usando razones entre cantidades.



## **ACTIVIDAD INICIAL**

### **El Püron como forma de registro numérico**

El objetivo de esta actividad es que los estudiantes, independiente el nivel educativo que estén cursando, se interioricen en la práctica cultural donde se observa el artefacto, en este caso el *püron*.

Esta actividad promueve que el estudiante conozca el artefacto, lo valore dentro de la comunidad desde donde emerge, y ponga en práctica su tecnología. En caso que lo anterior sea un conocimiento ya adquirido, esta actividad puede ser omitida del conjunto de actividades propuesto.

Recomendamos que esta actividad, la lidere el Educador Tradicional o sabio del grupo sociocultural desde donde emerge el artefacto.



## El *Püron* como forma de registro numérico

### Parte 1: Descripción General del *püron*.

Por medio del relato y con apoyo del *püron* de manera concreta, se aconseja que se modere una conversación que permita responder a las siguientes preguntas ¿qué es el *püron*?, ¿quién lo usa?, ¿para que lo usa? y ¿cómo se usa?, principalmente. Para ello puede complementar su conocimiento personal en la materia con los datos que a continuación se desarrollan.

El artefacto matemático cultural denominado *Püron*, es propio del pueblo mapuche y su palabra significa *nudo en lana* en mapudungun (Imagen 1). Diferentes conversaciones<sup>2</sup> establecidas con conocedores de la cultura mapuche, describen al *püron* como un conjunto de lanas, generalmente dos o cuatro, de diferente color, que utilizaban mujeres y hombres en edad adulta. Las mujeres se amarraban estas lanas a la cintura y los hombres en la cabeza y salían con ellas a campo abierto con la función de registrar el conteo de objetos, principalmente asociado a animales y dimensiones temporales.



Imagen 1: Recreación de un *püron*.

Según los relatos se puede inferir que un nudo representaba una unidad, existiendo dos formas diferentes de nudo, un nudo normal representa un objeto común, un nudo engrosado representa un objeto cuya característica queremos resaltar, por ejemplo, mayor tamaño, mayor cantidad, etc., tal como se describe en la siguiente cita: “Mi abuela lo usaba para registrar a sus ovejas, una oveja era un nudo pequeño, pero un cordero era un nudo más grande” (CM40).

Otras fuentes indicaron que, en el registro de muchos nudos, cada vez que se llegaba al décimo nudo se representaba con un nudo engrosado, como lo evidencia el siguiente relato:

“Mi papá salía todas las mañanas de madrugada con una cuerda así, larga, enrollá, puesta en el hombro. Estaba llena de nudos separados por un puño de distancia. Un puño un nudo, otro puño otro nudo, así, cuando llegabas al nudo 10 se hacía más gordito, para que se notara, el nudo 11 era normal y así, hasta llegar al 20 que de nuevo era un nudo gordito y esto seguía buuuu era muy largo” (CM3).

El uso activo del *püron* fue disminuyendo en la medida que los primeros estudiantes mapuche aprendieron la escritura de los números arábigos enseñados en la escuela. Un participante lo describe del siguiente modo:

---

2 Los participantes superaban los 40 años de edad y se extendieron hasta los 83 años. Ninguno usó el *püron* en su infancia, no poseen una muestra de un *püron* en desuso y no recuerdan de manera nítida la forma en que se registraba la información contable que supere una decena. Generalmente se hizo referencia a los abuelos y abuelas como los últimos que lo utilizaron.

“Mi abuelo lo usaba, el me crió, pero no me enseñó a usarlo. (...) mi abuelo me mandó a la escuela a aprender a leer, a sumar, restar, multiplicar y dividir, cuando aprendí a hacer eso me sacó de la escuela. (...) un día me preguntó si podía escribir un número, no me acuerdo cuál era, pero por ejemplo el 53, sí le dije yo, busqué un lápiz y un papel y le mostré, ese día mi abuelo colgó su manojito de lanas y nudos y nunca más los volvió a usar, ahora me pedía a mi anotar en papel todo lo que él hacía con lanas” (CM23).

## **Parte 2: Valoración del *püron* en el contexto sociocultural.**

Con el objetivo de comprender la importancia del *püron* en el contexto del pueblo, lea el siguiente relato basado en hechos reales, que permite posicionar al *püron* como un artefacto de relevancia a la hora de acordar (agendar) y asistir a eventos en un contexto histórico en donde no se usaban elementos como el calendario o reloj. El relato dice así:

Dos antiguas comunidades mapuche llamadas *Lladquihue* y *Carahuito*, en permanente conflicto relacionado con agua y comida (...) decide terminar su convivencia llamando a una batalla entre ellos. El resultado de la batalla definiría quien se adjudicaría el dominio de los bienes en disputa y del liderazgo sobre la comunidad que resulte vencida. En este contexto, la comunidad de *Lladquihue* pidió de aliado de batalla a la comunidad de *Peuman Mapu* para asegurar su victoria. Para transmitir este mensaje la comunidad de *Lladquihue* envía a su *Werken*, quien relata la solicitud e indica el día del encuentro por medio de una lana con cierta cantidad de *püron* que le entrega al *Lonko* de la comunidad de *Peuman Mapu*. El *Lonko* debía desanudar un *püron* cada nuevo día que transcurría, así, cuando no quedaran *püron*, él sabría que correspondería al día en que se debe presentar en la batalla. El día de la batalla, llegó, y la comunidad de *Lladquihue* ha perdido, entre los motivos se encuentra que la comunidad de *Peuman Mapu* no se presentó. El relato cuenta que no fue intención de la comunidad faltar a este compromiso, ellos asisten, pero lo hace con un día de retraso.

(Basado en Núñez, 1990)

Algunas preguntas que le permiten al estudiante reflexionar sobre lo sucedido y establecer relaciones con el *püron* y su importancia son:

- ¿Cuál fue el rol del *püron* en la decisión de la comunidad de *Peuman Mapu*?
- ¿Dónde estuvo el error? y ¿Quién pudo cometerlo?
- ¿Qué pasaría si el terreno entre una comunidad y la otra era muy extenso y el *Werken* tarda más de un día en el trayecto?
- ¿Tenemos otras alternativas diferentes a las antes planteadas?

### **Parte 3: Mis primeros registros**

Solicite a los estudiantes que registren sus respectivas edades en el *püron*. Luego, solicite el registro de la edad de una persona significativa para cada estudiante, con la intención de forzar el código de registro a nuevos niveles.

Considere, que para el mapuche un nuevo ciclo de vida se calcula por medio de la observación de la naturaleza, por ejemplo, si nació en el periodo de cosecha de las habas, un nuevo periodo de cosecha indica un nuevo año de vida.

Para la validación de un código construido realice dos acciones, 1) solicite la lectura del *püron* por otro estudiante (diferente a el o los autores) y asegúrese que la decodificación sea entendida por todos los integrantes de la comunidad escolar y local (recuerden que este tipo de registro era comprendido por todo el pueblo mapuche, por lo que se debe procurar alcanzar un objetivo similar) y 2) de lectura del registro desde la numeración en mapudungun (el *rakin*), el ideal que ambos registros, oral y nudos, se relacionen en cuanto a su agrupación y orden.



# Tareas Matemáticas con Responsabilidad Cultural: Sistemas de Representación Numérica

## Eje de Números y Operaciones 1ro a 6to año de Enseñanza Básica



## REGISTRANDO CON EL *PÜRON*

Observa las Araucarias de la siguiente imagen

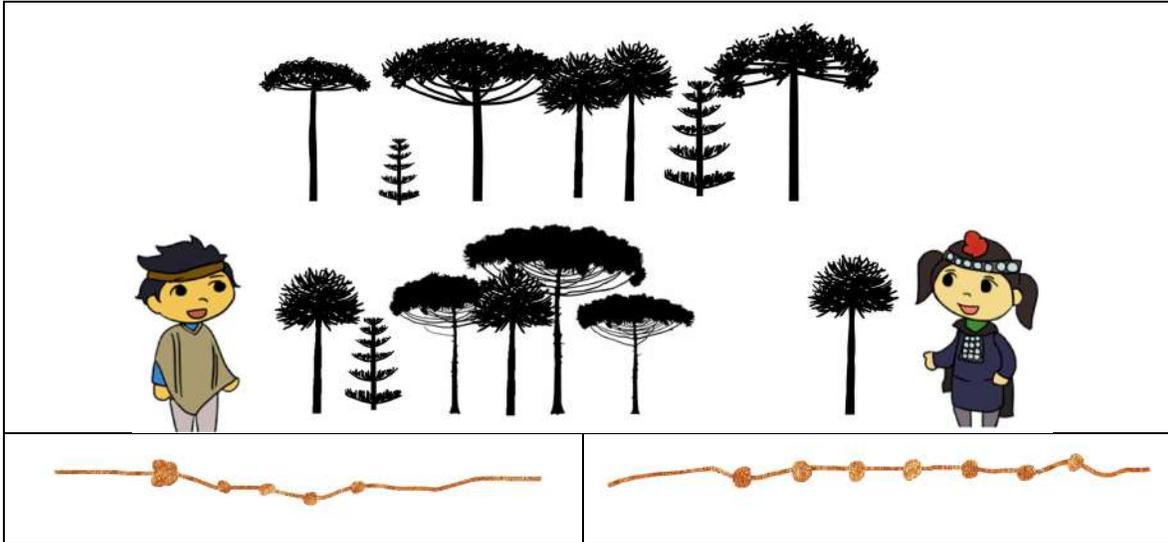


Registra usando nudos en tu lana la cantidad total de Araucarias que observas en la imagen.

Pega tu *püron* en este espacio.

## DIFERENTES REGISTROS

Observa el *püron* de Lefil y Kinturay, allí registraron la cantidad de araucarias de la imagen.



**Kiñe.** Si Lefil y Kinturay registraron la misma cantidad de Araucarias, ¿por qué sus registros son diferentes?

**Epu.** Con tu lana, construye un registro de la cantidad de araucarias de la imagen diferente al de Lefil y Kinturay. Pega tu lana en el espacio.

## Orientaciones al docente

### Actividad: Registrando con el *püron*

- La demanda de registrar la cantidad de araucarias requiere del proceso de conteo y subitización con el principio de cardinalidad. Esto es asignar un tipo de registro a un conjunto de objetos, tenga cardinalidad 1 o más. Por lo que se debe dar la oportunidad al estudiante de establecer esta relación, tomando en cuenta que pueden agrupar de diferentes formas, dada la habilidad de subitizar y de la disposición de las araucarias para ser agrupadas de dos u otro valor.

### Actividad: Diferentes registros

- La comparación de los *püron* permitirá determinar las decisiones que tomaron Lefil y Kinturay para dejar registro de la cantidad de Araucarias. Las decisiones hacen referencia a: a) la relación magnitud discreta con nudo; b) agrupamiento; c) orden.
- Se entrega la oportunidad de analizar la relación y principio de cardinalidad de la subitización, pero ahora establecido externamente. Agrupar cantidades permitirá iniciar la caracterización de la estructura de los sistemas numéricos como el mapuche, en particular la base igual a 10 del sistema.

**RAKIN**

Observa la forma de leer cantidades en mapudungun.

Piñones	Nombre
	<i>kiñe</i>
	<i>epu</i>
	<i>küla</i>
	<i>meli</i>
	<i>kechu</i>
	<i>kayu</i>
	<i>regle</i>
	<i>pura</i>
	<i>aylla</i>
	<i>mari</i>

Piñones	Nombre
 	<i>mari kiñe</i>
 	<i>mari meli</i>
 	<i>epu mari</i>
   	<i>küla mari pura</i>

Representa en el *püron* la siguiente cantidad: *meli mari epu*. Pega tu lana en el espacio.

## Piñones en piña

Ayén registró en su lana los piñones que se comieron con su hermana Kinturay en un día.



Si Kinturay se comió a escondidas *epu mari meli* piñones más.

**Kiñe.** Agrega la cantidad de piñones que se comió Kinturay al registro de Ayén.

**Epu.** ¿Cuántos piñones se comieron en total? Registra en tu lana y en mapudungun la cantidad total.

## Orientaciones al docente

### Actividad: Rakin

- Al reconocer el sistema oral de representación de cantidades del sistema de numeración mapuche, debe poner atención en la identificación de las características similares al sistema arábico del currículo escolar. Referido a la misma forma de agrupación, que es multiplicativo y aditivo. Por lo que el registro de nuevas cantidades se establece por la composición multiplicativa aditiva de cantidades de la serie real o numerales agrupando en base 10.

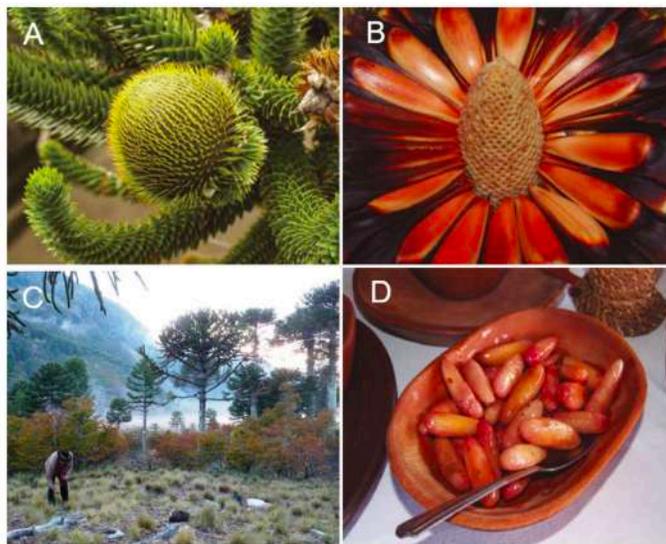
### Actividad: Piñones en piña

- Reconocer diferentes formas de registro de cantidades, sean estas orales o concretas como el *rakin* y el *püron* entrega la oportunidad a los estudiantes de reconocer y establecer patrones en las estructuras de registro, como son el agrupamiento como base de los sistemas, el orden establecido para reconocer el valor posicional y lo agregativo para permitir la representación de cantidades no agrupadas o bien sub-agrupadas.
- Así la actividad entrega a los estudiantes la posibilidad de analizar y determinar las formas orales para determinar un nuevo agrupamiento, esto es el concepto de *pataka*. Considerar contribuciones como *mari mari* para establecer el nuevo agrupamiento permite a los estudiantes validar que, para cada nuevo agrupamiento en base *mari*, se requiere una nueva palabra.

## EDAD DE LAS ARAUCARIAS

La familia de Leftraru cada año entre febrero y abril recolectan en promedio *epu mari kechu* sacos de piñones de araucaria para comercializarla. Ellos saben que una araucaria por temporada puede madurar *küla mari* piñas aproximadamente y que cada piña tiene entre *epu pataka* y *küla pataka* piñones. Si en promedio cada saco contiene *meli mari aylla warangka* piñones, ¿Cuál es la cantidad total de araucarias que necesita la familia de Leftraru para obtener

Figura 1. Etapas de la recolección del piñón.



Fuente: (Cortes et al., 2019)

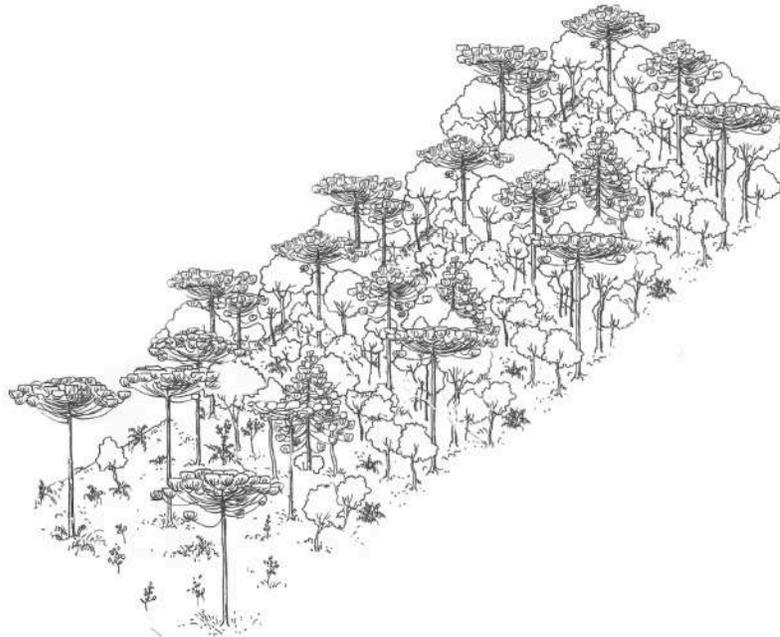
Escribe en mapudungun la cantidad total de piñones que recolecta la familia de Leftraru en un año en el siguiente espacio:

**EDAD DE LAS ARAUCARIAS**

Observando la morfología de las copas de las araucarias es posible determinar en qué etapa de crecimiento se encuentra. La siguiente imagen muestra tres etapas.

		
Etapa juvenil	Etapa Madura	Etapa senil
<i>Epu mari</i> años aprox.	<i>Kechu mari</i> años aprox.	<i>Pura mari huente</i> años

Registra en tu *püron*, la cantidad de años que tiene el conjunto de araucarias de la imagen.



## Orientaciones al docente

### Actividad:

- Aumentar la cantidad que se registra, sea cual sea el artefacto a utilizar es lo que permite globalizar y revitalizar los sistemas de numeración de cada uno de los pueblos. Así, la comercialización de piñones es una forma de transferencia de los sistemas de numeración. Entonces para que exista un tercer espacio convergente de los sistemas de numeración de cada cultura, la actividad propone analizar y estimar grandes cantidades, escribiéndolas en el sistema de numeración mapuche.
- Aumentar la cantidad, requiere del establecimiento de nuevos conceptos para las nuevas agrupaciones de cantidades. Esta actividad requiere que los estudiantes reconozcan que se necesita una palabra para representar un 1.000.000 de piñones. Ahora, esto es una imposición de la forma occidental pero también una forma de permanencia del sistema. Para referirse a esta cantidad se usa la palabra *Nogüj* (Quidel y Sepúlveda, 2016), la cual es una aproximación a esta cantidad, no exacta como en el sistema arábico.

### Actividad: Edad de las araucarias

- La estimación es una de las acciones naturales de los sistemas de numeración de los pueblos indígenas, dado que cognitivamente y epistemológicamente las grandes cantidades solo se aproximaban. Esto permite establecer relaciones por superficie donde se aglomeran objetos, estimando cierta cantidad inicial para luego repetirla, lo que evidencia uso de pensamiento proporcional. Esta actividad tiene esta intensidad, al estimar la edad de las araucarias por una superficie que tiene una misma distribución, pero usando la razón establecida referenciada por morfología de las copas, lo cual requiere del estudiante de reconocer la estructura, aplicar la razón a la cantidad estimada o establecida para cada tipo de araucaria.